Aufgabe 1

Gegeben seien zum einen die drei Punkte A(1/2/3), B(3/-2/1) und C(2/-4/1), ferner die Punkte P(2/0/4), Q(4/-4/8), R(6/-6/9) und S(5/6/7).

a) Bestimme die Gleichung derjenigen Ebene E, die durch A, B und C eindeutig bestimmt wird, in *Parameter*-, *Punkt-Normalen*-, *Normalen*- und *Koordinatenform*!

Lösungskontrolle: E: 2x - y + 4z = 12

b) Berechne die Spurpunkte der Ebene E und skizziere E mit Hilfe des Spurdreiecks in der MATERIALVORGABE! Wähle dabei jeweils eine sinnvolle Achsennormierung!

c) Bestimme den Lotfußpunkt F des Punktes R in der Ebene E! Trage die Punkte F und R sowie die Lotstrecke $\overline{FR}$ in die MATERIALVORGABE ein (F liegt dabei im Spurdreieck)! Mache die genaue Lage des Punktes R durch entsprechende Hilfslinien deutlich!

∗ d) Unter c) ergibt sich nach Vorgabe des Punktes R ein Lotfußpunkt F mit ganzzahligen Koordinaten. Beschreibe in aller Kürze, wie man die Koordinaten eines Punktes R bestimmen kann, so dass sich ganzzahlige Koordinaten für den Lotfußpunkt F ergeben. Setze Deine Idee konkret um!

e) Berechne den Abstand des Punktes S von der Ebene E mit Hilfe der Abstandsformel!

f) Berechne den Winkel γ in dem Dreieck ΔABC!

g) Die beiden Punkte P und Q bestimmen eindeutig eine Gerade g. Stelle die Geradengleichung von g in Parameterform auf und führe eine vollständige Lageuntersuchung bezüglich E und g durch!

h) Gegeben sei eine weitere Ebene E_1: -x + y + 2z = 4. Führe eine vollständige Lageuntersuchung bezüglich der beiden Ebenen E und E_1 durch!

i) Gib die Koordinatenform derjenigen Ebene E_2 an, die parallel zu E verläuft und durch den Punkt X(8/4/-2) geht!

j) Gib die Koordinatenform einer Ebene E_3 an, die orthogonal zu E verläuft und durch den Punkt A geht! Erläutere Deinen Lösungsweg in aller Kürze!

∗ k) Es gibt unendlich viele Punkte des R^3, die gleich weit von P und Q entfernt liegen. Beschreibe die Lage all dieser Punkte und gib die Punktmenge in vektorieller Form an!

∗ l) Gegeben sei die im Folgenden angegebene Vektorgleichung, dabei sei $\vec{p}$ der Ortsvektor des oben definierten Punktes P:

$$K: \left[\vec{x} - \vec{p}\right]^2 = 16$$

i) Gib zumindest einen Punkt des Raumes an, der dieser Vektorgleichung genügt!

ii) Welche Punktmenge wird durch diese Vektorgleichung beschrieben? Begründe!

Aufgabe 2

Völlig unmotiviert steht – orthogonal auf der x-y-Ebene – ein Sechseck aus den Punkten A(0/0/0), B(8/0/0), C(8/0/6), D(6/0/9), E(3/0/3) und F(0/0/6) in der Landschaft. Es stellt, wie könnte es anders sein, ein modernes Kunstwerk dar. Wir unterstellen, dass das Kunstwerk aus einem Material gefertigt ist, dessen Dicke vernachlässigt werden kann.

a) Zeichne das moderne Kunstwerk in die MATERIALVORGABE ein!

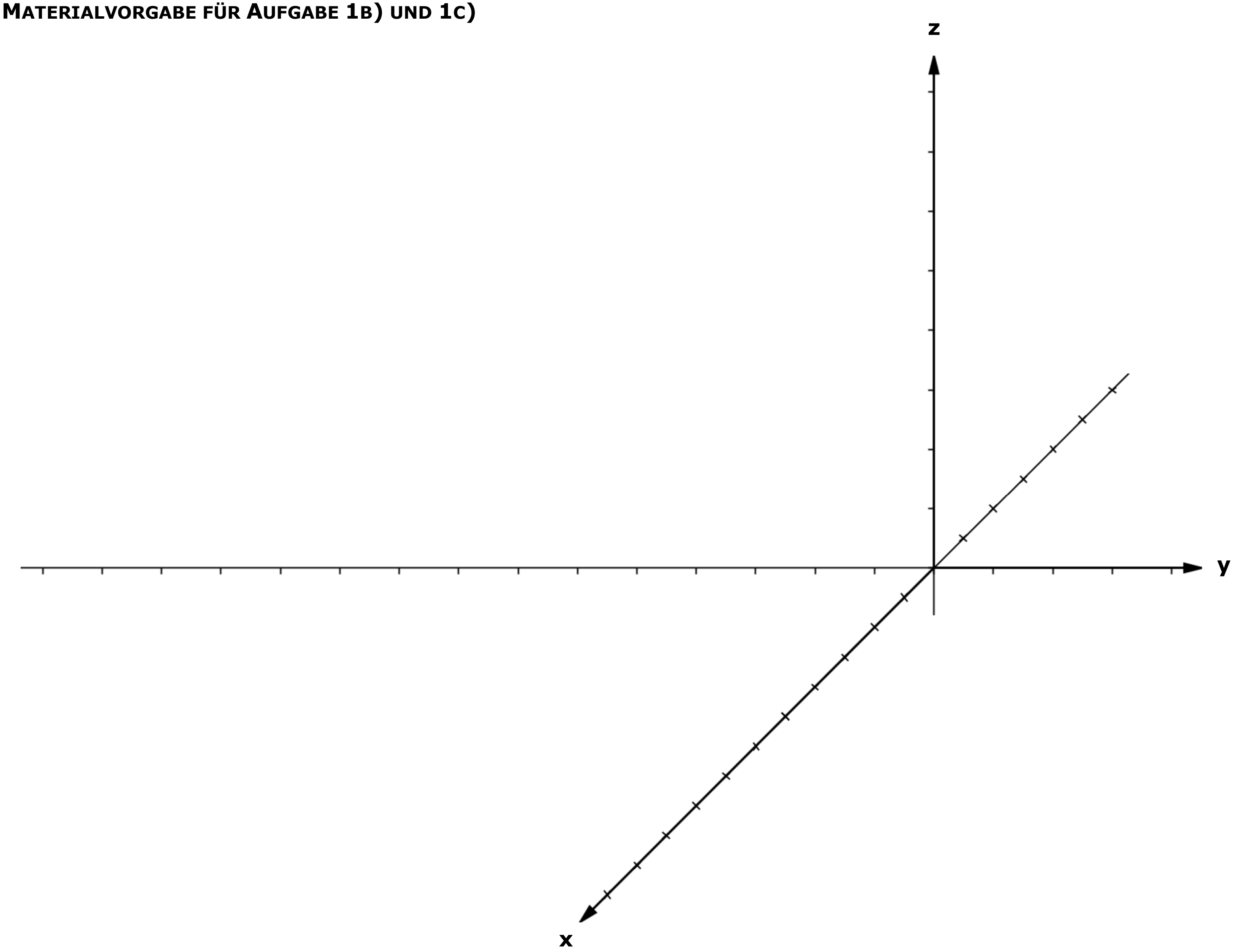
b) Zu einem gewissen Zeitpunkt des Tages werde das Kunstwerk längs des im Folgenden angegebenen Vektors von der Sonne beschienen.

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Bestimme rechnerisch sämtliche Punkte, die für den vollständigen Schattenwurf des Kunstwerkes in die x-y-Ebene bedeutsam sind! Zeichne den Schatten in die MATERIALVORGABE ein! Dokumentiere Deinen Lösungsweg hinreichend!

∗ Aufgabe mit (leicht) erhöhtem Schwierigkeitsgrad!

MATERIALVORGABE FÜR AUFGABE 1B) UND 1C)



Materialvorgabe für Aufgabe 2